

Programma svolto

Anno scolastico	2025/2026
Disciplina	Matematica
Professore	Palumbo Fabio Pio
Classe	5C

- **Funzioni reali di variabile reale:** elementi di topologia in $\mathbb{R}$: intervalli limitati, intervalli illimitati, aperti, chiusi, intorno, intorno circolare, intorno destro e intorno sinistro di un punto, estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo di un insieme; intorno di infinito; dominio di una funzione (razionale intera, razionale fratta, irrazionale); immagine di una funzione; controimmagine; dominio di una funzione goniometrica, inversa goniometrica, esponenziale con base e argomento variabile, esponenziale con esponente irrazionale positivo, esponenziale con base costante positiva; funzioni identiche; zero di una funzione; intersezione grafico con gli assi cartesiani; segno di una funzione; grafico probabile di una funzione; funzioni crescenti, funzioni decrescenti, funzioni monotone e funzioni localmente monotone;
- **Funzioni reali di variabile naturale:** dominio come sottoinsieme di $\mathbb{N}$; $+\infty$ come unico punto di accumulazione; $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = l \in \mathbb{R}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \pm\infty$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \text{indeterminato}$
- **Calcolo infinitesimale:**
 - Punti di accumulazione per il dominio di una funzione reale di variabile reale;
 - $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l^\pm \in \mathbb{R}$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - $\lim_{x \rightarrow x_0^\pm} f(x) = l \in \mathbb{R}$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l \in \mathbb{R}$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$, interpretazione tabellare, interpretazione geometrica e definizione analitica
 - Definizione di funzione continua nel punto di ascissa x_0 ; definizione di funzione continua nel suo Dominio; esempi di funzioni continue nei loro rispettivi domini (la funzione costante, la funzione lineare, la funzione quadratica, iperbole equilatera riferita ai propri asintoti, la senoide, la cosenoide, la tangente, la cotangente, la secante, la cosecante, l'esponenziale, la funzione logaritmica, il seno iperbolico, il coseno iperbolico); esempi di funzioni non continue nei loro domini: funzione di Dirichlet; la funzione Parte intera, la funzione Mantissa.
 - Teorema Unicit  del limite (con dimostrazione); teorema Permanenza del segno (con dimostrazione); teorema del confronto (con dimostrazione); teoremi sul calcolo dei limiti (solo enunciato);
 - Definizione di infinito; definizione di infinitesimo; gerarchia degli infiniti; infiniti ed infinitesimi asintoticamente equivalenti;
 - Risoluzione forme indeterminate: $[+\infty - \infty]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$, $[\infty \cdot 0]$, $[0^0]$, $[\infty^0]$, $[1^\infty]$

- Limiti notevoli (no dimostrazioni) : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x+1)}{x} = \log_a e$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x} = k$;
- Punti di discontinuità di prima specie o salto; punti di discontinuità di seconda specie; punti di discontinuità di terza specie o eliminabile
- Teorema dell'esistenza degli zeri (solo enunciato); Teorema dei valori intermedi (solo enunciato); teorema di Weierstrass (solo enunciato)
- Asintoti verticali; asintoti orizzontali e asintoti obliqui;

- Calcolo differenziale:

- Definizione di derivata di una funzione nel punto; interpretazione geometrica della derivata di una funzione nel punto; definizione di derivata destra e derivata sinistra; definizione di funzione derivata; condizione di derivabilità in un punto; condizione di derivabilità in un intervallo;
- Teorema $f(x)$ derivabile implica $f(x)$ continua con dimostrazione
- Derivate fondamentali (no dimostrazioni); operazioni con le derivate: costante per funzione, somma di funzioni, prodotto di funzioni, quoziente di funzioni (no dimostrazione);
- Derivata di una funzione composta (no dimostrazione);
- Derivata $y = f(x)^{g(x)}$ (no dimostrazione)
- Derivata della funzione inversa
- Derivata di ordine superiore al primo
- Continuità e derivabilità delle funzioni a tratti e delle funzioni con valore assoluto
- Retta tangente al grafico di funzione nel punto di ascissa x_0 ; retta normale al grafico di funzione nel punto di ascissa x_0 ; grafici tangenti nel punto di ascissa x_0
- Derivata come velocità di variazione di una grandezza rispetto ad un'altra; applicazioni in fisica: la velocità istantanea come derivata della legge oraria dello spostamento rispetto al tempo $v = s'(t)$; l'accelerazione come derivata seconda della legge oraria dello spostamento rispetto al tempo $a = s''(t)$; l'intensità di corrente elettrica istantanea come derivata della quantità di carica rispetto al tempo $i = q'(t)$.
- Il differenziale di una funzione
- Massimi e minimi assoluti; massimi e minimi relativi; derivata prima e punti stazionari; definizione di flesso; derivata prima e flesso a tangente orizzontale; segno della derivata prima e intervalli di monotonia (no dimostrazione);
- Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, punti di cuspidi, punto angoloso
- Teorema di Fermat (con dimostrazione)
- Studio della derivata seconda: punti di flesso e concavità del grafico di funzione
- Massimi, minimi e flessi con le derivate successive
- Problemi di ottimizzazione
- Teorema di Rolle (con dimostrazione) e applicazione in fisica
- Teorema di Lagrange (con dimostrazione) significato geometrico, applicazione in fisica
- Conseguenze del Teorema di Lagrange:
 - se $f'(x) = 0 \forall x \in I$ allora $f(x)$ costante $\forall x \in I$ (con dimostrazione)
 - se $f'(x) = g'(x) \forall x \in]a; b[$ allora $f(x) - g(x) = k$, $k \in \mathbb{R}$ (con dimostrazione)
- Teorema di Cauchy con dimostrazione
- Teorema di De L'Hospital con dimostrazione

- Studio di funzione: razionale intera, razionale fratta, irrazionale, esponenziale, logaritmica, goniometrica, inversa di una goniometrica, valore assoluto.
- Applicazioni dello studio di funzione: dal grafico della funzione al grafico della sua derivata e viceversa; risoluzione grafica di un'equazione; discussione di equazioni parametriche; risoluzione approssimata di un'equazione (Primo e secondo Teorema di unicità dello zero no dimostrazione) e il metodo di bisezione per l'approssimazione delle radici.

- **Calcolo integrale:**

- Definizione di primitiva; interpretazione geometrica della famiglia di primitive di una funzione; definizione di integrale indefinito; definizione di funzione integrabile; condizione sufficiente di integrabilità; l'integrale come operatore lineare; integrali indefiniti immediati; integrali di funzioni composte; integrazione per sostituzione; integrazione per parti; integrazione di funzioni razionali fratte;
- Il problema delle aree; definizione di integrale definito; proprietà dell'integrale definito; Teorema della media (con dimostrazione); la funzione integrale; Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione)
- Calcolo delle aree: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y.
- Calcolo dei volumi: volume come solido di rotazione intorno all'asse x; volume come solido di rotazione intorno all'asse y
- Integrali impropri: integrale convergente, integrale divergente.
- Applicazioni degli integrali nella fisica: Lavoro di una forza variabile lungo uno spostamento $[a;b]$ come l'integrale definito della forza rispetto allo spostamento

$$L = \int_a^b F(x)dx$$

Geometria analitica nello spazio: coordinate spaziali; distanza tra due punti; equazione del piano e vettore normale al piano; posizione reciproca tra piani; equazione parametrica della retta; equazione cartesiana della retta; la superficie sferica; posizione reciproca tra piano e superficie sferica; posizione reciproca tra rette.

Data: 3/6/2026

Firma

Mario Luca Tello
Angelica Russo

Firma

Piero Paolo Tello